

Desarrollo de un sistema de composición musical con la tabla numérica védica

Development of a Musical Composition System with the Numeric Vedic Table

Texto recibido el 10 de abril de 2023; devuelto para revisión el 15 de mayo de 2023; aceptado el 21 de febrero de 2024, <https://doi.org/10.22201/ie.18703062e.2024.124.2860>

Manuel Rocha Iturbide Universidad Autónoma Metropolitana-Lerma, Departamento de Artes y Humanidades, Lerma, Méx., México, manroit@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9981-9758>

Líneas de investigación Intermedia y transdisciplina; artes visuales y sónicas; música contemporánea y electroacústica.

Lines of research Intermedia and trans-discipline; visual and sonic arts; contemporary and electroacoustic music.

Publicación más relevante *Desde la escucha, creación, investigación e intermedia* (Ciudad de México: Universidad Autónoma Metropolitana, 2017).

Resumen Este ensayo trata sobre el desarrollo de un sistema numérico, basado en la tabla védica, para aplicarlo a la composición musical, y que parte de series numéricas complementarias de ocho dígitos. El origen del proyecto fue la colaboración con el artista Juan Luis Díaz Nieto (1939-2019) para componer música a partir de esta tabla, de manera análoga a como este creador mexicano realizaba sus esculturas. El texto inicia con algunos antecedentes históricos referentes a la composición musical, a partir de distintas representaciones matemáticas realizadas por importantes compositores como Pierre Boulez, Iannis Xenakis y James Tenney, mediante el uso del triángulo de Pascal, la serie de Fibonacci y otros sistemas. Enseguida se explica el origen de esta investigación y el método de interpretación musical de la tabla. Por último, estas ideas se desarrollan y se expanden, mediante el uso de la teoría de los *pitch-class sets*, para crear nuevas series a partir de la base numérica original del sistema, y se sugieren, además, distintos modos de implementación musical.

Palabras clave Música contemporánea; música y matemáticas; tabla numérica védica.

Abstract The article describes a numerical system developed by the author on the basis of the Vedic table and applied to musical composition, based on complementary 8-digit numerical series. The origin of the project was an artistic collaboration with Juan Luis Díaz Nieto, which involved composing music using this table, similarly to the way in which this Mexican artist made his sculptures. The essay begins with some historical background regarding musical composition, based on different mathematical representations made by important composers such as Boulez, Xenakis and Tenney, the use of Pascal's triangle, the Fibonacci series, etc. It goes on to explain the beginnings of my research and my original method of musical interpretation of the Vedic table. Finally, these ideas are developed using the theory of pitch-class sets, and by creating further series from the numeric basis of the system; further methods of musical implementation are also suggested.

Keywords Contemporary music; music and mathematics; Vedic numeric table.

MANUEL ROCHA ITURBIDE
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA-LERMA

Desarrollo de un sistema de composición musical con la tabla numérica védica

Introducción

A finales de la década de los años ochenta, el artista mexicano Juan Luis Díaz Nieto me preguntó si podría componer música con una retícula numérica que él había usado desde hacía casi 15 años para hacer sus esculturas. De inmediato me interesé en este proyecto, ya que las relaciones entre los números han aportado a lo largo de la historia al desarrollo estético de las distintas disciplinas artísticas. Desde la Antigüedad, distintos compositores utilizaron las relaciones numéricas para estructurar su música, debido a su perfección estética, y a su relación con el mundo y el universo. Los antiguos griegos atribuían a la asociación de la música y los números un lugar preponderante en la filosofía del cosmos, y Pitágoras fue uno de los primeros matemáticos en estudiar la relación entre los sonidos y los números. La escuela de investigadores que continuó con las teorías pitagóricas enseñó las matemáticas de la música no sólo como una ciencia, sino también como parte de un código moral filosófico.

Uno de los ejemplos más importantes que denotan la concordancia entre la música y las matemáticas es la armonía musical pitagórica deducida de los sonidos periódicos. “Partiendo de una cuerda que vibra, Pitágoras la dividió¹

1. La primera división de la cuerda o monocordio fue a la mitad, que es el ratio 1:2, dando como resultado una octava, el intervalo más consonante, luego en tres partes, de donde se

usando los cuatro primeros números enteros para crear distintos ratios que producen los intervalos melódicos más consonantes. El ratio 1:2 da una octava, 3:2 una quinta, y 4:3 una cuarta”.² Los siguientes números enteros, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, etc., sirvieron para dividir la cuerda en 5, 6, 7, etc. Cada una de esas divisiones produce intervalos que se vuelven menos consonantes, excepto por los que son múltiplos de 2, 3 y 4, que son los mismos intervalos, pero en octavas más altas. Cabe destacar que los ratios 5:4 y 6:5 también crean intervalos consonantes, la 3ra mayor y la 3ra menor, respectivamente (pero que no corresponden con las 3ra mayor y menor del sistema temperado). A partir de ahí, ha habido diferentes filósofos, científicos y músicos que han trabajado este tema con diferentes enfoques. Algunos músicos e investigadores siguieron estudiando las relaciones pitagóricas entre los sonidos periódicos y los números,³ y otros compositores decidieron usar los números a partir de otros sistemas matemáticos, para generar obras musicales innovadoras y originales.

Antes de presentar la retícula numérica basada en la tabla védica, utilizada por Juan Luis Díaz Nieto, y explicar el sistema que he desarrollado para poder componer con ella, describiré algunas formas que se han utilizado en el pasado para hacer música con números, así como las causas por las que tantos compositores se han interesado en las relaciones numéricas para crear su música. Una de las principales preocupaciones a lo largo de la historia de las matemáticas es que los números pueden convertir el caos en un objeto estético, y ordenan nuestras mentes.

deduce el ratio 2:3, es decir las dos terceras partes de la cuerda, creando una quinta justa, luego en cuatro partes de donde se deduce el ratio 4:3, las tres cuartas partes de la cuerda creando una cuarta justa.

2. Edward Rothstein, “Math and Music: The Deeper Links”, *The New York Times*, agosto de 1982, Sección 2, 1, <https://www.nytimes.com/1982/08/29/arts/math-and-music-the-deeper-links.html> (consultado el 15 de junio de 2023).

3. Por ejemplo, a mediados del siglo xx, el compositor e investigador Harry Partch publicó un libro acerca de la relación entre los tonos y los números. “Un sistema musical es una organización de relaciones entre frecuencias o tonos, entre uno y otro. El tono es un número, y ya que un tono es siempre escuchado en la música en relación con otros tonos, tenemos al menos dos números que tomar en cuenta, el número del tono en consideración, y el número del tono escuchado o que está implicado en relación con el primer tono, por tanto, se trata de un ratio”, en Harry Partch, *Genesis of a Music* (Boston: Da Capo Press, 1948), 76. Partch estudió los ratios pitagóricos y de otras épocas posteriores, pero sobre todo, los ratios disonantes, lo que él llamaba ratios irracionales, y a partir de estas investigaciones construyó nuevos instrumentos con nuevas relaciones armónicas complejas.

Antecedentes históricos

Para Leonard B. Meyer, la música se encuentra en algún lugar entre los dos extremos del azar y el orden total.⁴ Esto sucede en general con otras disciplinas artísticas, el creador necesita estructurar su trabajo de manera coherente, pero también es libre de romper las reglas e invitar a lo inesperado. Sin embargo, en el siglo xx hubo compositores que exploraron los extremos como una forma de romper con la tradición, y para liberarse de sus propias cadenas culturales. Los creadores que utilizaron el azar total discreparon conceptualmente de los que desarrollaron el serialismo total, y viceversa, a pesar de que su música, así como su actitud hacia la creatividad, era muy similar. Lo que ambos grupos de compositores hicieron fue explorar nuevas dimensiones musicales que no se podían encontrar en el pasado, y de este modo rompieron por completo con la tradición al utilizar sistemas demasiado racionales o irracionales, en donde hay poco espacio para el gusto personal y la emoción. Los compositores que se adentraron en el espacio total ordenado eligieron muchas veces sistemas o estructuras numéricas para determinar su música, pero las utilizaron de diferentes maneras y con distintos grados de libertad.

Desde principios del siglo xx, algunos compositores se interesaron por los números y los utilizaron libremente como herramienta para generar motivos musicales y para variarlos mediante distintas técnicas matemáticas. Una de las formas más sencillas de expandir un tema musical, y que se usó mucho en la música post-tonal es la permutación. Ésta es la variación del orden de una serie de alturas, que implica por lo general una variación racional y no fortuita.⁵ El compositor austriaco Alban Berg ideó algunas de las primeras permutaciones de doce alturas para su ópera *Lulu* (1935). El siguiente es un ejemplo de permutación gradual de una serie de doce alturas (fig. 1), en donde la serie (b), por ejemplo, se salta el segundo, cuarto, sexto, octavo, décimo y duodécimo números de la primera; la serie (c) se salta el segundo, tercero, cuarto, el sexto, séptimo, octavo, etc.⁶

Distintos compositores han trabajado con series numéricas para generar series melódicas o rítmicas. El compositor italiano Luigi Nono utilizó la serie de

4. Leonard B. Meyer, *Emotion and Meaning in Music* (Chicago: The University of Chicago Press, 1956), 33.

5. Sólo porque nuestra mente busca más el orden que el desorden.

6. Reginal Smith Brindle, *The New Music* (Oxford: Oxford University Press, 1987), 46.

(a)	I	3	5	7	9	II	2	4	6	8	IO	12
(b)	I	5	9	2	6	IO	3	7	II	4	8	12
(c)	I	9	6	3	II	8	5	2	IO	7	4	12
(d)	I	6	II	5	IO	4	9	3	8	2	7	12
(e)	I	II	IO	9	8	7	6	5	4	3	12	12
(f)	I	IO	8	6	4	2	II	9	7	5	3	12
(g)	I	8	4	II	7	3	IO	6	2	9	5	12
(h)	I	4	7	IO	2	5	8	II	3	6	9	12
(i)	I	7	2	8	3	9	etc.					

1. Permutación gradual de una serie de doce alturas.

Fibonacci en *Il canto sospeso* (1955), así como el alemán Karlheinz Stockhausen en *Zyklus* (1959) y *Mixtur* (1964). Esta serie matemática consiste en agregar cada número añadiéndolo al precedente: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89... y en ella, la proporción de los números aleaños se va acercando cada vez más al número áureo (1.618).

Otro dispositivo para generar series de alturas o valores rítmicos es el triángulo de Pascal (fig. 2), que fue utilizado por el compositor griego Iannis Xenakis. Este triángulo tiene el número uno en el vértice superior y en sus dos lados laterales, y se genera a partir de los números superiores que sumados dan el valor del número que sigue abajo; es una matriz infinita, y proporciona mucha información que se puede usar de diferentes maneras.

El compositor canadiense James Tenney utilizó los números de una serie armónica para generar el ritmo de varias de sus composiciones,⁷ como *The Harmonic Studies* (1974). En el ejemplo de la figura 3, la nota C representa la fundamental de una serie de armónicos naturales, y tiene el valor de uno, luego vendría la octava que está en proporción de 2:1, luego la duodécima (la quinta arriba de la octava) que es 3:1, luego la doble octava que es 4:1, y así

7. “Los intentos de adaptar la estructura de frecuencia de la serie armónica para su uso en aplicaciones rítmicas han sido llevados a cabo por compositores tan diversos como Karlheinz Stockhausen, Conlon Nancarrow, Elliott Carter, Ben Johnston, etc.”, en Robert A. Wannamaker, “The Spectral Music of James Tenney”, *Contemporary Music Review* 27, núm. 1 (febrero de 2008): 91-130.

				I							
				I		I					
			I		2		I				
		I		3		3		I			
	I		4		6		4	I			
	I		5		10		10	5	I		
I		6		15		20		15	6	I	
I		7		21		35		35	21	7	I

2. El triángulo de Pascal.

sucesivamente. En este caso, cada armónico parcial tiene su ritmo específico derivado de su relación con la fundamental. Cuando hay combinaciones de armónicos, como la doble octava con la duodécima, obtenemos un ritmo de cuatro contra tres, y cuando varios armónicos se presentan al mismo tiempo, pueden surgir texturas rítmicas muy complejas.

También podemos encontrar otra forma de usar números en los primeros trabajos de composición del estadounidense John Cage, cuando estructuró piezas enteras basadas en un número de compases que tenían una raíz cuadrada, como en *Imaginary Landscape No. 1* (1939), de modo que las partes largas de la pieza se relacionaban con frases pequeñas que usaban la misma operación. Con este sistema, la estructura de toda la pieza se realizaba de antemano.⁸ Queda claro que hay muchas maneras diferentes de relacionar la música con los números, hemos visto cómo éstos se pueden traducir en ritmo, melodía y cómo incluso pueden predeterminar la forma de una pieza.

8. "I found dancers, modern dancers, however, who were interested in my music and could put it to use. I was given a job at the Cornish School in Seattle. It was there that I discovered what I called micro-macrocosmic rhythmic structure. The large parts of a composition had the same proportion as the phrases of a single unit. Thus an entire piece had that number of measures that had a square root. This rhythmic structure could be expressed with any sounds, including noises, or it could be expressed not as sound and silence but as stillness and movement in dance. It was my response to Schoenberg's structural harmony", en John Cage, "Autobiographical Statement", The John Cage Trust Indeterminacy Folksonomy Kuhn's blog database, https://johncage.org/beta/autobiographical_statement.html (consultado el 25 de junio de 2023).

5to armónico

4to armónico

3er armónico

2do armónico

1er armónico

3. Relación de los armónicos de una serie con sus ritmos correspondientes.

Música atonal y serialismo integral

Después de investigar un poco sobre el sistema numérico en el que trabajé a finales de la década de los años ochenta con el escultor Juan Luis Díaz Nieto, descubrí que no tenía nada que ver con ninguno de los métodos explicados con anterioridad, pero que estaba muy relacionado con la música atonal y, en particular, con el serialismo integral. Hablaré ahora sobre el origen del serialismo y luego presentaré mi sistema y compararé mi investigación con lo que se ha hecho con otros sistemas.

Arnold Schoenberg fue el primer compositor en estructurar un sistema musical completamente nuevo que tuvo la suficiente lógica para establecerse después de su muerte, y que muchos compositores siguen utilizando inclusive en el presente. Schoenberg salió del sistema tonal y entró en el mundo de la atonalidad, en donde no hay centros de gravedad tonal, y después de trabajar durante un tiempo en este nuevo entorno musical, ideó un sistema coherente para organizar sus composiciones que se llamó música dodecafónica, y más tarde música serial. Este sistema trata de cualquier sucesión de los doce tonos de la escala cromática sin repetición alguna. Cualquier serie puede ser expandida usando su inversión, su retrogradación, y su inversión retrógrada. Los números tienen que ver con esta técnica, porque tenemos doce alturas distintas, separadas por



4. La serie de Anton Webern para el primer movimiento de su Cuarteto de cuerdas Op. 28.

medios tonos que dividen una octava en la escala temperada occidental. Así, esta escala es del todo simétrica mientras que la escala diatónica no lo es, ya que está formada por siete alturas con intervalos distintos entre una y otra (tono, tono, medio tono, tono, tono, tono, medio tono). Además, en el sistema dodecafónico no existe una fuerte jerarquía entre las distintas alturas, mientras que sí la hay en la tonalidad. Al poder numerar las doce alturas de la escala,⁹ fue fácil llegar a diferentes ecuaciones que nos dicen muy rápido cuál es el nivel de transposición de una serie dada, su inversión y su inversión retrógrada.

A principios del siglo xx, compositores como Anton Webern y Alban Berg se interesaron en la simetría y eligieron series simétricas para su música. En el primer movimiento de Cuarteto de cuerdas Op. 28 (1936), Webern utiliza una serie para generar su música que está dispuesta en orden simétrico retrógrado, que limita los 48 ordenamientos habituales de una serie a sólo 24 (fig. 4). Este interés por la simetría era muy notorio, incluso antes de la consolidación del sistema serial. En los comienzos de la música atonal se usaron muchos conjuntos de clases de tonos simétricos (*pitch-class sets*).¹⁰

Si numeramos las 12 alturas de la escala cromática de cero a once, comenzando por Do, podemos ver cómo el conjunto de clase de tonos 0, 3, 6, 9 (C, Eb, F#, A, un acorde disminuido) y cualquiera de sus transposiciones o permutaciones, es siempre simétrica. También es interesante constatar que sólo hay tres transposiciones de este pcs (*pitch-class set*, conjunto de clases de alturas), que usan alturas diferentes (1, 4, 7, 10 y 2, 5, 8, 11 son los otros dos). En todas

9. C = 0, Db = 1, D = 2, D# = 3, E = 4, F = 5, F# = 6, G = 7, G# = 8, A = 9, A# = 10, B = 11.

10. *Pitch-class sets* son los componentes básicos de gran parte de la música post-tonal. Un conjunto de clases de tono (alturas) es una colección simple y desordenada de clases de tono. La teoría de los *sets* musicales fue elaborada primero por Howard Hanson para analizar la música tonal. Más tarde, Allen Forte desarrolló esta teoría para analizar la música atonal a partir de la teoría de los 12 tonos del compositor estadounidense Milton Babbitt.

las demás transposiciones, este PCS se mapea a sí mismo. Una situación similar ocurre con el PCS 0, 4, 8 (acorde aumentado), PCS 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 (escala de tonos completos), PCS 0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 11 (escala octatónica), y con la propia escala cromática. Entonces, los PCS más simétricos que se mapean más veces sobre sí mismos son los que tienen menos variedad. Menciono todo esto porque el sistema que utilicé, y que mostraré más adelante, es un sistema radial perfecto, y lo que estoy señalando ayudará a explicar cómo funciona.

En la música serial, las series de doce alturas a menudo se subdividen en pequeños PCS que están relacionados entre sí. La música serial es sólo una extensión de las técnicas compositivas utilizadas en la atonalidad, pero ahí el orden de las alturas es fundamental, mientras que en la música atonal el orden no es tan importante siempre y cuando usemos las mismas colecciones a lo largo de toda la pieza. Lo que es relevante en la música serial es crear una fila (*row*) interesante de doce alturas, y la simetría es muy a menudo una cualidad elegida por el compositor. En la figura 4, la serie de Webern se puede subdividir en díadas que son siempre segundas menores (una segunda menor es medio tono, y una segunda mayor dos medios tonos), y también se puede dividir en dos hexacordes que representan la misma colección de alturas. Al agregar las alturas del centro a los extremos podemos comprobar la simetría de la serie. Esta suma es siempre 11. Entonces, las dos alturas centrales de la serie (C# y Bb) son el eje simétrico. Esta serie es muy económica y también se puede dividir en tres tetracordes que son miembros de la misma clase del conjunto, por lo que es fácil ver cuán importantes son las elecciones del compositor con respecto a esta serie de 12 alturas.

La tabla numérica védica

Presentaré ahora la tabla que utilicé y describiré sus distintas propiedades. Se trata de una retícula numérica de 64 números que es el resultado de multiplicar 2×1 , 2×2 , 2×3 , 2×4 , 2×5 , 2×6 , ... hasta 9, luego 3×1 , 3×2 , 3×3 , ... hasta nueve, y así hasta multiplicar 9×1 , 9×2 , 9×3 , ... hasta 9×9 . Esto no es otra cosa que la famosa tabla de multiplicar que utilizamos de niños (fig. 5). Sin embargo, cuando obtenemos un número más grande que el 9, en la tabla védica lo reducimos sumando los dos dígitos hasta obtener como resultado un solo dígito. La tabla resultante se muestra en la figura 6.

Como se puede ver, los números exteriores de la retícula son siempre nueve. Esto se debe a que el número nueve es el que incluye a todos los demás

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
etc...								

5. Tabla de multiplicar.

números, y si observamos, el producto de la suma de cualquier línea en cualquier dirección siempre es nueve. Esta tabla la utilizaron los sumerios y más tarde la cultura védica, y está íntimamente relacionada con las matemáticas pitagóricas.

Pitágoras pensó que el número nueve era el número trascendental, y dividió todo en ciclos de nueve. El número cero es el complementario del nueve, por lo que cero y nueve son lo mismo, y como el nueve se repite antes de que comience el nuevo ciclo, se excluye de esta tabla (me refiero a los nueves de las filas vertical derecha y horizontal de abajo). Así, la tabla o retícula se decanta al eliminar los nueves, y se reduce a 64 dígitos, un número cabalístico importante (fig. 7). En el juego de ajedrez, 64 es el número de casillas, así como el número de hexagramas del I Ching. La tabla védica es en cierto modo la representación de lo complementario, del Ying y del Yang, y es simétrica consigo misma en cualquier dirección. No es de extrañar que sea un cuadrado, una figura geométrica simétrica. También, en la figura 7 podemos ver que los únicos cuatro nueves que aparecen en la tabla forman un cuadrado.

En la tabla védica, las filas horizontales de números son iguales a las filas verticales, y se puede ver cómo sólo hay cuatro filas de números diferentes porque las otras son retrógradas de la primera. También se puede observar cómo las filas que empiezan por el uno y el ocho son complementarias (los números suman siempre nueve), así como el dos y el siete, el tres y el seis, y el cuatro y el cinco (fig. 8).

Queda claro ahora cómo la característica principal de esta tabla es la complementariedad de números que sumados dan como resultado nueve. Díaz Nieto estudió estas relaciones, y descubrió que juntando los números complementarios que suman nueve, podemos encontrar figuras geométricas iguales, pero proyectadas en un espejo, según se observa en las figuras 9 y 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9
3	8	3	7	2	6	1	5	9
5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9

6. Retícula de la tabla védica.

Cuando Díaz Nieto me pidió que hiciera música con esta tabla, se preocupó por expresar las cualidades del sistema de la manera más objetiva. Su enfoque no fue transgredir las reglas o leyes del sistema, sino simplemente descubrir sus relaciones y mostrarlas por medio de diseños geométricos. Cuando se cansó de tratar con dos dimensiones, tuvo la idea de expandir este sistema a tres dimensiones e hizo un cubo con 512 números, y que es el resultado de la multiplicación de los números en diferentes capas (64×8). Arrastró líneas imaginarias entre los números en el cubo y creó figuras geométricas tridimensionales. Con esta investigación en el campo musical, se abre la posibilidad para que algún otro compositor o investigador lo emplee para hacer música.

El problema de intentar mantener el enfoque de Díaz Nieto fue que él trazó líneas entre el mismo número y luego su número complementario (1 y 8, 2 y 7, 3 y 6, y 4 y 5) para crear formas o estructuras atemporales, pero, ¿cómo puede esto aplicarse a la música, en donde el tiempo es el elemento preponderante? Decidí que la forma más fácil de interpretar la cuadrícula era usar las series numéricas que incluye, pero pensé que cada vez que quisiera usar una de estas series, tendría que emplear al mismo tiempo su serie complementaria,

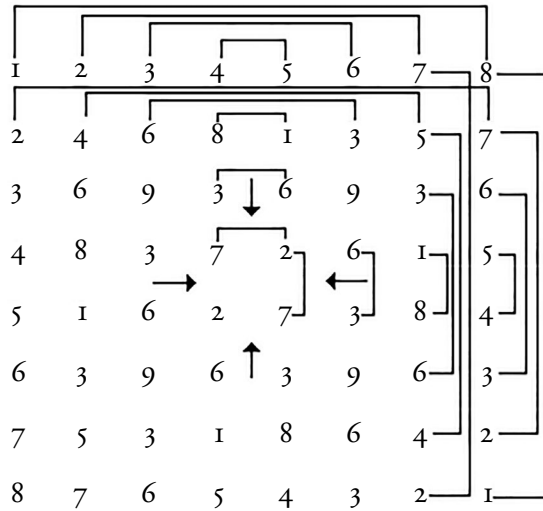
1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	6	8	1	3	5	7
3	6	9—3—6—9				3	6
4	8	3	7	2	6	1	5
5	1	6	2	7	3	8	4
6	3	9—6—3—9				6	3
7	5	3	1	8	6	4	2
8	7	6	5	4	3	2	1

7. La tabla védica al eliminar los nueve de las filas vertical derecha y horizontal de abajo.

ya que esta retícula numérica invita a la realización de un juego de dualidades o series complementarias. Por tanto, mi método para traducir este sistema en música se convirtió en algo similar a los procedimientos utilizados por el serialismo integral.

Primera implementación de un sistema musical coherente con la tabla védica

Las figuras expuestas, 8, 9 y 10 predisponen una asociación de escalas de ocho alturas. Parecería lógico dividir la octava en ocho tonos diferentes, en lugar de la escala cromática de doce tonos, o la diatónica en siete. En términos racionales, la relación de la escala cromática con la diatónica es de 12:7. Mi propósito era generar una escala con el ratio 12:8, pero en esa época yo no tenía los aparatos adecuados para hacerlo y, por otro lado, sería difícil para los instrumentistas tocar con esa escala microtonal no temperada, de 12:8. Pensé entonces que podría usar en su lugar las escalas octatónicas de Olivier Messiaen, que son una secuencia de semitonos y tonos enteros (fig. 11).



8. Números complementarios de la tabla védica.

Esta escala no corresponde a una secuencia de ocho tonos o alturas iguales, pero es una colección simétrica. Joseph N. Strauss muestra un ejemplo de los cuatro ejes de simetría en la escala octatónica (fig. 12).¹¹

Esta escala funciona muy bien, porque está formada por cuatro tetracordes simétricos (0, 1, 3 4; 3, 4, 6, 7; 6, 7, 9, 10; 9, 10, 0, 1). También decidí tener ocho valores rítmicos diferentes teniendo una nota de ocho octavos (cuatro cuartos) como mi unidad básica. Por tanto, asigné un valor a cada número (fig. 13).

Asigné la nota y los valores rítmicos a las series, e hice un contrapunto de dos líneas melódicas que siempre son complementarias entre sí. Esto quiere decir que empiezo por arriba del cuadrado (fig. 10) de izquierda a derecha con la primera melodía, y por abajo del lado derecho del cuadrado de derecha a izquierda con la segunda melodía al mismo tiempo, por lo que siempre tengo dos filas yuxtapuestas: 1 y 8, 2 y 7, 3 y 6, 4 y 5 que son el original y su versión retrógrada.

Hubo un poco de dificultad para interpretar los cuatro nueves en el cuadrado, ya que usé el número ocho como unidad, entonces decidí asignar a los nueves un descanso de nueve tiempos (mi tiempo básico era de una corchea). Las dos melodías tienen coincidencias verticales cuando llegan al mismo tiempo al

11. Joseph N. Strauss, *Introduction to Post Tonal Theory* (Nueva Jersey: Prentice Hall, 1990), 101.

1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	6	8	1	3	5	7
3	6	9	3	6	9	3	6
4	8	3	7	2	6	1	5
5	1	6	2	7	3	8	4
6	3	9	6	3	9	6	3
7	5	3	1	8	6	4	2
8	7	6	5	4	3	2	1

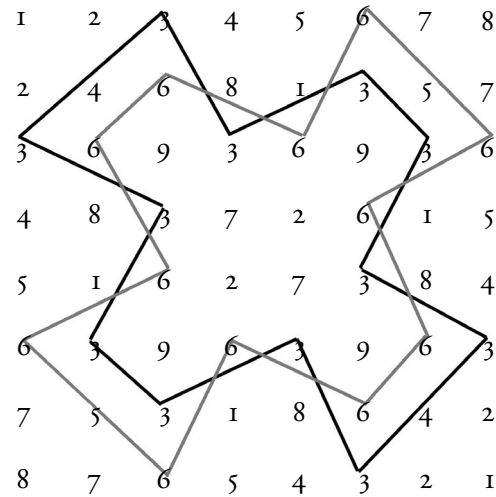
9. Figura simétrica compuesta por el 2 y el 7.

número nueve en las filas 3 y 6. Se trata de una representación musical simple y muy cercana a la tabla védica, y al ser tan estricta, hay muy pocas posibilidades de variedad,¹² por lo que decidí buscar nuevas posibilidades de interpretación de la tabla.

Nuevas series a partir de la transformación de la tabla védica

Después de trabajar con Díaz Nieto, realicé una maestría en los Estados Unidos y me interesé en la complejidad de la música compuesta con azar total de John Cage, y con el serialismo integral de Pierre Boulez, dos sistemas de composición utilizados a principios de la década de los años cincuenta. Decidí entonces averiguar sobre sus métodos para poder tener más ideas. Una de las composiciones

12. El resultado de mi primera investigación y única composición con la tabla védica fue una obra musical realizada con un sintetizador y un secuenciador controlado por una computadora Macintosh Plus con el programa Performer. Esta composición se incluyó en un video que el compositor Juan Luis Díaz presentó en su primera exposición individual en el Centro Cultural de México en París en 1989, "Revelations d'un arcan".

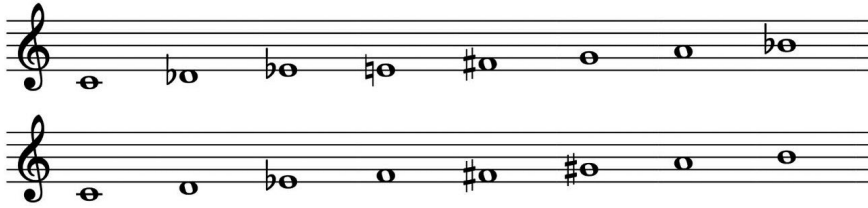


10. Figura simétrica compuesta por el 3 y el 6.

de este periodo, que me pareció muy interesante, es *Structures* para dos pianos, escrita en 1952 por Pierre Boulez, quien fue alumno de Olivier Messiaen, uno de los primeros compositores europeos en escribir una pieza con organización total¹³ en 1949. La obra de Pierre Boulez se basa en una serie de 12 tonos. En *Structures Ia* (la primera de tres partes) las 12 transposiciones de la serie y sus formas derivadas (inversiones, retrógradas y retrógradas invertidas) se usan una vez cada una en un orden específico. A partir de la serie original e invertida, Boulez construyó dos tablas que utilizó para componer muchos detalles de la música. Estas matrices se obtuvieron numerando la serie original (fig. 14) y luego transponiéndola 11 veces, comenzando cada vez en la siguiente nota (fig. 15).

Las matrices determinan la duración, la dinámica y los modos de ataque de todas las alturas, y se utilizan para controlar el orden en que se emplean las

13. Se trata del segundo movimiento de su obra para piano *Quatre études des rythmes: Modes des valeurs et intensités*. Messiaen usó un modo de alturas de 36 sonidos, de valores (14 duraciones), de ataques (14 ataques) y de intensidades (7 matices). La idea de organización total de Messiaen “marcó un punto extremo en la sistematización precomposicional de una obra” (Paul Griffiths, *Modern Music The Vanguard since 1945* (Nueva York: George Braziller, 1981), al utilizar escalas cromáticas de duración por vez primera.



II. Dos escalas octatónicas. Una comienza con medio tono (segunda menor) y la segunda con un tono entero (segunda mayor).

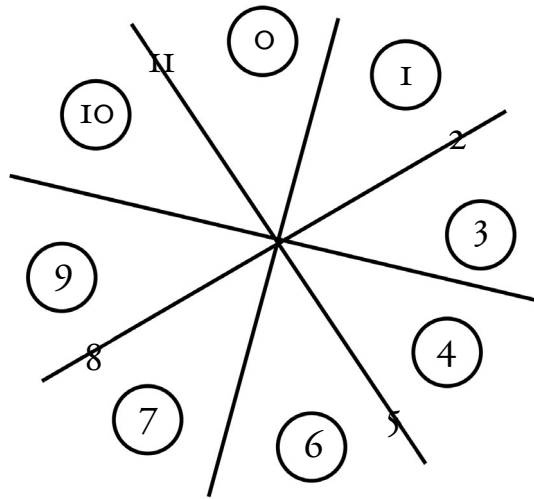
series, así como para realizar un plan general para la duración de las distintas alturas. Boulez usó series diagonales de las matrices para determinar la dinámica y los modos de ataque. Por tanto, tenemos una composición que se basa por completo en las dos matrices, aunque la estructura formal general de la pieza tiene realmente una concepción libre. Además, el número y el tono¹⁴ no están del todo integrados. La serie rítmica tiene como unidad un 32vo, y el valor rítmico crece de manera proporcional del uno al doce, pero las alturas no están igualmente ordenadas del uno al doce.¹⁵

Ahí no tenemos el espacio para hacer un análisis profundo de *Structures*, baste decir que, incluso en el serialismo integral total, es difícil ser por completo lógico. Siempre hay un grado de libertad que asume el compositor, y es ahí en donde la música se convierte en una expresión artística humana. En el presente, me sigue interesando encontrar grados de organización total, ya sea en la música determinista del serialismo integral o de otros sistemas matemáticos, o en la música aleatoria de John Cage, que viajó en la dirección opuesta, buscando un grado de azar total. En ambos casos, el compositor busca la forma de tomar decisiones objetivas y se convierte en un observador del proceso que va generando.

Decidí entonces utilizar la información de la tabla védica de diferentes maneras para obtener variedad, pero tratando de respetar sus reglas. Una vez exploradas las distintas posibilidades, fue posible obtener suficiente información

14. Cuando hablo de tonos en este ensayo me refiero a una altura, a una frecuencia, la nota C de cualquier octava, por ejemplo, pero un tono también puede confundirse con la distancia que hay entre dos notas, la distancia más pequeña en la escala temperada occidental es medio tono, una segunda menor, y un tono son dos medios tonos, es decir, una segunda mayor, la 3ra menor está constituida por un tono y medio, etc.

15. Smith Brindle, *The New Music*, 26.

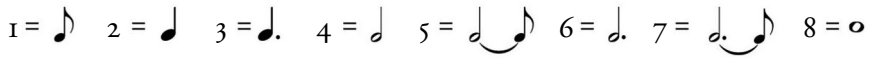


12. Los cuatro ejes de simetría en la escala octatónica.

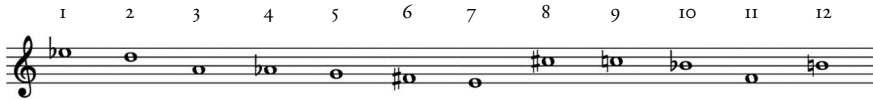
para proponer la generación de una música más compleja. A continuación, explicaré las nuevas variantes y transformaciones de la tabla védica que he encontrado hasta el momento.

Además de las ocho series con las que trabajé la primera vez, también hay series diagonales, que son complementarias entre sí. Éstas se describen a continuación (fig. 16).

Cada fila de cada triángulo es simétrica, y ambas se complementan entre sí (los números siempre suman nueve). A partir de estos dos triángulos, es posible hacer un segundo contrapunto musical. Pensé que podría ampliar esta cuadrícula para obtener diversidad, pero siempre manteniendo filas complementarias. Influida por la teoría del serialismo integral, comencé a investigar sobre los tetracordes de la escala octatónica. El cuadrado numérico está formado por ocho series de números sin repeticiones, excepto en las filas número tres y seis, donde se repiten los números tres y seis. Las otras series se pueden dividir en tetracordes y sus tetracordes complementarios. Podemos encontrar solamente tres tetracordes diferentes en la tabla: 1 2 3 4, 2 4 6 8 y 4 8 3 7. Sus tetracordes complementarios son 5 6 7 8, 1 3 5 7 y 2 6 1 5, pero son transposiciones exactas de los primeros.



13. Valores de duración de las ocho alturas de la escala octatónica.



14. Serie de la obra *Structures* (1952) para dos pianos de Pierre Boulez.

Hay un conjunto limitado de series en la escala octatónica que puede tener que ver con el principio complementario. Esto se debe a que un tetracorde no puede tener dos números que sumen nueve, si eso sucede, entonces el tetracorde complementario tendría la repetición de dos números del primer tetracorde. Por ejemplo, si formamos el tetracorde 1 2 5 7 que no existe en la tabla védica, su tetracorde complementario sería 2 4 7 8 y así el 2 y el 7 están repetidos. Si tenemos 1 3 6 2 tenemos el tetracorde complementario 7 3 6 8, donde el tres y el seis se repiten. Luego descubrí que sólo hay ocho posibles tetracordes diferentes en la escala octatónica, que pueden disponerse junto con sus tetracordes complementarios. En la cuadrícula numérica de la tabla védica original, tenemos sólo tres de los ocho tetracordes posibles; en el ejemplo que sigue, los ocho viables y sus complementarios (fig. 17).

Nótese que la regla en mi sistema para hacer un tetracorde complementario, al igual que en la tabla védica, comienza con el número que suma 9 con el anterior, como en el primer tetracorde 1, 2, 3, 4: 5, luego 6 que suma 9 con 3, luego 7 que suma nueve con 2, y luego 8 que suma nueve con 1. Por supuesto que el orden de los números de cada tetracorde puede variar, y del mismo modo variará el orden de su tetracorde complementario. Por ejemplo, 1 5 6 7 podría ser 5 1 7 6, y el complementario, por tanto, 3 2 8 4.

Con los tres tetracordes de las series nuevas de la escala octatónica (1, 2, 3, 5; 1, 2, 4, 6; y 1, 5, 6, 7) se puede construir una tabla védica nueva que incluya a los tres, pero en distinto orden, al realizar las multiplicaciones correspondientes y reducir los dos dígitos de cada resultado a uno solo. Tomemos la serie 1, 2, 4, 6 que cambiamos de orden por 1, 2, 6, 4 para volver más interesante la melodía (en la escala octatónica que comienza en C y con una segunda menor, la

I	2	3	4	5	6	7	8	9	IO	II	I2
2	8	4	5	6	II	I	9	I2	3	7	IO
3	4	I	2	8	9	IO	5	6	8	I2	II
4	5	2	8	9	I2	I3	6	II	I	3	7
5	6	8	9	I2	IO	4	II	7	2	3	I
6	II	9	I2	IO	3	5	7	I	8	4	2
7	I	IO	3	4	5	II	2	8	I2	6	9
8	9	5	6	II	7	2	I2	IO	4	I	3
9	I2	6	II	7	8	I	IO	3	5	2	4
IO	3	7	I	2	8	I2	4	5	II	9	6
II	7	I2	IO	3	4	6	I	2	9	5	8
I2	IO	II	7	I	2	9	3	4	2	8	5

15. Serie original y la matriz de la retícula 'O'.

melodía sería C, C#, G, E, y su tetracorde complementario sería 5, 3, 7, 8 (F#, D#, A, Bb) (fig. 18).

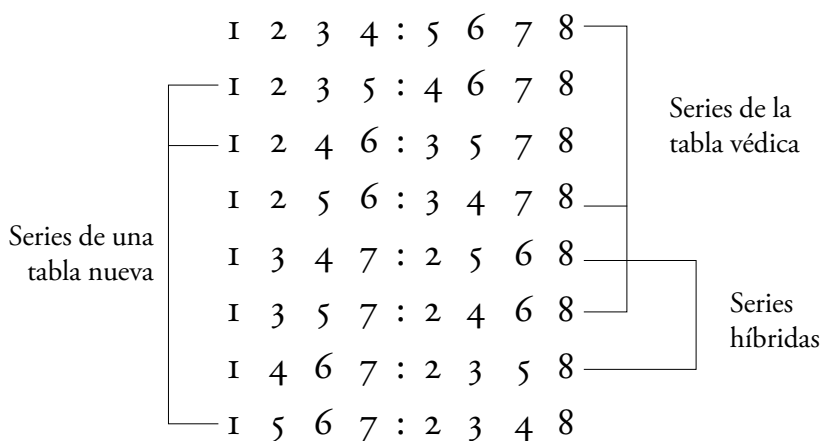
Todas las figuras geométricas que se generan al unir los números complementarios que dan nueve siguen siendo las mismas, pero los tetracordes son nuevos, excepto los de las series 6 y 3 que son los mismos que en la tabla original, pero invertidas (primero está la serie del 6 y luego la del 3).

También tenemos dos tetracordes en las permutaciones nuevas a los que llamo híbridos.¹⁶ Usemos el 1 3 4 7, pero en el orden 1 7 3 4 y su complementario 5 6 2 8 para construir otra tabla (fig. 19).

16. Enseguida explicaré porqué son híbridos.

I	8
2 2	7 7
3 4 3	6 5 6
4 6 6 4	5 3 3 5
5 8 9 8 5	4 1 9 1 4
6 1 3 3 1 6	3 8 6 6 8 3
7 3 6 7 6 3 7	2 6 3 2 3 6 2
8 5 9 2 2 9 5 8	1 4 9 7 7 9 4 1

16. Las dos series diagonales de la tabla védica.



17. Los ocho tetracordes posibles de la escala octatónica y sus tetracordes complementarios.

1	2	6	4	5	3	7	8
2	4	3	8	1	6	5	7
6	3	9	6	3	9	6	3
4	8	6	7	2	3	1	5
5	1	3	2	7	6	8	4
3	6	9	3	6	9	3	6
7	5	6	1	8	3	4	2
8	7	3	5	4	6	2	1

18. Nueva tabla construida con uno de los tetracordes nuevos y su complementario.

En esta tabla sólo se intercambiaron el número 2 por el 7, pero ahora todas las figuras geométricas que se forman uniendo los números complementarios que suman nueve cambiaron, a excepción de la que se forma con los cuatros y los cincos. Llamo a esta tabla híbrida porque sólo tiene un tetracordio (más sus complementarios) que cambia de orden (1 7 3 4, 7 4 3 1, 4 1 3 7), excepto con las series del 7 y el 2 (7 4 3 1 8 6 5 2) y su inversión (2 5 6 8 1 3 4 7).

Tenemos una tabla híbrida más que puede ser generada con los tetracordes 1 7 6 4, 5 3 2 8 (fig. 20). La segunda tabla védica híbrida es similar a la primera, sólo cambia la posición de las series 6 6 9 6 3 9 3 3 y 3 3 9 3 6 9 6 6. Las dos series tienen distintos tetracordes, pero ambas generan las mismas figuras geométricas.

He ampliado la tabla védica original a cuatro tablas, por lo que ahora existe más información para crear material rítmico y melódico apto para ser usado en composiciones musicales. También es posible utilizar la permutación con las diferentes tablas, y de esta forma cambiar el orden de los tonos y poder así enriquecer el contenido melódico. Podemos permutar una fila entera o sólo el primer tetracordio (el último paso cambia de forma automática el orden del tetracordio complementario). Por ejemplo, tenemos la serie: 1 2 3 4 5 6 7 8, si la permutamos de esta manera: 2 3 4 5 6 7 8 1, rompemos con el resto de la serie

1	7	3	4	5	6	2	8
7	4	3	1	8	6	5	2
3	3	9	3	6	9	6	6
4	1	3	7	2	6	8	5
5	8	6	2	7	3	1	4
6	6	9	6	3	9	3	3
2	5	6	8	1	3	4	7
8	2	6	5	4	3	7	1

19. Tabla védica híbrida a partir de los tetracordes 1 7 3 4: 5 6 2 8.

porque los números no suman nueve (del centro a la parte exterior). Tendríamos que usar 2 3 4 5 y encontrar el tetracordio complementario 4 5 6 7. El problema es que en este caso tenemos la repetición de los números 4 y 5, y esto entra en conflicto con el principio serial de la no repetición. Por otro lado, podríamos deshacernos del 4 y del 5 y quedarnos solamente con seis tonos: 2 3 4: 5 6 7. Ahora tenemos un hexacorde moldeado por dos tricordes simétricos. El único otro hexacorde posible en esta serie es 1 2 3: 6 7 8, y por supuesto, los tricordes pueden cambiar de orden para tener variación: 5 6 7: 2 3 4 y 6 7 8: 1 2 3. Este procedimiento también se puede aplicar a los tetracordes de la tabla, por lo que la secuencia melódica generada por la serie número 2, 2 4 6 8 1 3 5 7, también podría ser 1 3 5 7 2 4 6 8. Para tener todas las series intercambiadas de esta manera, sólo basta con cortar la retícula numérica en dos e intercambiar los dos bloques de lugar (fig. 21).

La nueva variación de la tabla védica que se muestra en la figura 21 no está en el orden correcto porque no hay simetría en las diagonales. El orden correcto de las filas es el siguiente (fig. 22).

¿Para componer con este sistema debo tener en cuenta la secuencia de las series en los cuadrados, o debo usarlos en pares (1 y 8, 2 y 7, 3 y 6, 4 y 5) y no respetar el orden?, creo que uno puede lidiar con diferentes grados de libertad y

1	7	6	4	5	3	2	8
7	4	6	1	8	3	5	2
6	6	9	6	3	9	3	3
4	1	6	7	2	3	8	5
5	8	3	2	7	6	1	4
3	3	9	3	6	9	6	6
2	5	3	8	1	6	4	7
8	2	3	5	4	6	7	1

20. Tabla védica híbrida a partir de los tetracordes 1 7
6 4 : 5 3 2 8.

expresar de diferentes maneras el sistema, pero en esta etapa es importante revelar la estructura de esta retícula numérica, para poder entenderla mejor y sacar más provecho de ella. Una vez que establezcamos las reglas, podemos romperlas.

Existen más posibilidades de permutación. Si tomamos un tetracorde de los niveles uno, dos o cuatro de la tabla original, podemos generar 24 permutaciones para cada uno, porque cuatro números se pueden ordenar de 22 maneras diferentes. Como mencioné antes, sólo hay tres tetracordes diferentes en la tabla védica, y uno más que es la combinación del número 3, 6 y 9 (el nueve no se considera un tono).

Tomemos por ejemplo la colección 1 2 3 4 del nivel uno. Descubrí que bastaba con encontrar doce permutaciones diferentes de este tetracordio, porque los otros doce son los retrógrados del primero.

Cada una de estas doce permutaciones genera un nuevo cuadrado numérico, que también contiene permutaciones de los niveles dos, tres y cuatro. Por tanto, en estos 12 cuadrados tenemos todas las posibles de los tetracordes de la tabla védica, y más información para generar nuevo material musical. Estos doce cuadrados también se pueden cortar por la mitad e intercambiarse de lado para formar otros doce cuadrados como el del ejemplo 22.

5	6	7	8	1	2	3	4
1	3	5	7	2	4	6	8
6	9	3	6	3	6	9	3
2	6	1	5	4	8	3	7
7	3	8	4	5	1	6	2
3	9	6	3	6	3	9	6
8	6	4	2	7	5	3	1
4	3	2	1	8	7	6	5

21. Las dos mitades de la tabla védica intercambiadas.

*Implementación de un sistema musical
a partir de las nuevas transformaciones*

Hablaré ahora de cómo podemos interpretar esta tabla de forma musical. Como dije antes, en algún momento me gustaría utilizar una escala microtonal de una octava dividida en ocho alturas,¹⁷ pero además de las dificultades de interpretación, o de tener que construir instrumentos afinados de esa manera, creo que todavía existe un campo muy amplio de investigación acerca de las posibilidades musicales de las escalas octatónicas de Olivier Messiaen. Además de usar estas escalas, podríamos también pensar en otros parámetros musicales como el timbre, la duración, la densidad, la dinámica, entre otros. Por ejemplo, sería posible dividir el registro de altura de un piano en ocho partes, preparando sus cuerdas para usar ocho timbres diferentes, ocho modos de ataque distintos, y ocho dinámicas diferentes. También se podría tener ocho densidades diferentes, u ocho escalas de duraciones rítmicas para las alturas, pensando siempre que deben estar conformadas en dos grupos de cuatro complementarios.

17. La distancia interválica entre cada una de estas alturas sería de 12:8 que es $\frac{3}{4}$ de tono, la mitad de la distancia entre una segunda menor y una segunda mayor, es decir una segunda menor un poquito más grande.

1	3	5	7	2	4	6	8
3	9	6	3	6	3	9	6
5	6	7	8	1	2	3	4
7	3	8	4	5	1	6	2
2	6	1	5	4	8	3	7
4	3	2	1	8	7	6	5
6	9	3	6	3	6	9	3
8	6	4	2	7	5	3	1

22. Mitades de la tabla védica intercambiadas, pero con las series en orden.

Por otro lado, no hay necesidad de asignar los tonos de la escala octatónica a los números como yo lo hice. Podemos elegir cualquier serie de ocho alturas y luego numerar las alturas. Sin embargo, sería bueno elegir series que sean complementarias en la mayoría de los sentidos, como lo hacen los compositores al usar las técnicas de combinación en serie. Enseguida muestro una forma de elegir agregados de 12 tonos en los que sus hexacordes mantienen una relación mutua. Según Joseph N. Strauss:¹⁸

1. Puede trasladarse a su complemento por transposición.
2. Puede mapear sobre su complemento bajo inversión.
3. Puede mapearse sobre sí mismo por transposición.
4. Puede mapearse sobre sí mismo bajo inversión.

Algunos de los hexacordes tienen sólo una de estas características, y otros las tienen todas. El uso de series que son combinatorias en todos los niveles nos ayuda a modular entre las diferentes series de manera fluida. Este principio se puede aplicar a la escala octatónica, pero todavía es necesario investigar

18. Joseph N. Strauss, *Introduction to Post Tonal Theory* (Nueva Jersey: Prentice Hall, 1990), 118.

1	2	3	4	4	3	2	1
1	3	2	4	4	2	3	1
1	2	4	3	3	4	2	1
1	3	4	2	2	4	3	1
1	4	2	3	3	2	4	1
1	4	3	2	2	3	4	1

2	3	1	4	4	1	3	2
2	4	1	3	3	1	4	2
3	2	1	4	4	1	2	3
3	4	1	2	2	1	4	3
4	2	1	3	3	1	2	4
4	3	1	2	2	1	3	4

23. Las doce permutaciones del tetracorde 1 2 3 4 y sus retrógrados.

las diferentes posibilidades de combinación en este sistema.¹⁹ Otro aspecto importante que hay que tener en cuenta, es que sólo hay tres escalas octatónicas, y que éstas comparten alturas comunes. Entonces, es posible encontrar una forma de modular de una escala a otra para expandir el uso de alturas absolutas.

En la figura 24 se puede ver cómo cada escala octatónica tiene siempre cuatro alturas comunes con las otras dos. Cualquiera de las dos escalas que toquemos juntas contendrán las doce alturas de la escala cromática. Otra cuestión importante para tener en cuenta es que en cada escala podemos comenzar con medio tono o con un tono entero. Realmente no importa porque siempre se mantiene la simetría de la escala, aunque el material melódico cambiará de color. Al usar la escala que comienza con un tono, y asignándole los números de la tabla, tendrá un modo diferente (como el modo mayor y menor que tienen el mismo contenido interválico, pero al variar el orden de las alturas y el centro de gravedad de la tónica, suenan diferentes).²⁰ Es muy importante considerar esto como una posibilidad en la manera de usar las series en una composición.²¹

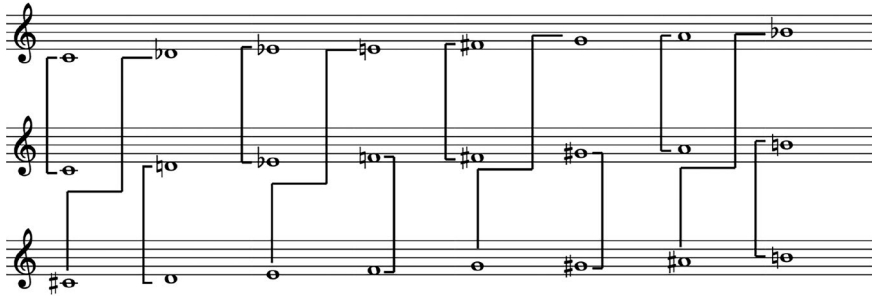
Conclusiones

Todavía queda mucho por decir sobre las posibilidades de componer con la tabla védica y la escala de ocho tonos, pero lo que he hecho hasta el momento es

19. Para las distintas posibilidades de combinaciones de la escala octatónica, se puede consultar: Strauss, *Introduction to Post Tonal Theory*, 182.

20. En este caso 1 = C, 2 = D, 3 = E♭, 4 = F, 5 = F♯, 6 = G♯, 7 = A, y 8 = B.

21. Algunos compositores han utilizado una escala para ascender y otra para descender como sucede con el modo menor.



24. Las tres escalas octatónicas y sus alturas comunes.

suficiente para comenzar a explorar todas estas nuevas posibilidades para generar material de composición. Perderse en números y dispositivos que parecen no ser musicales, puede ser importante, ya que es una manera de aprender cómo estructurar algo, y cómo hacer que un sistema musical nuevo sea coherente.²² Todos los compositores se han visto en la necesidad de hacer esto, ya que lidiar con el dominio temporal es complejo. Por otro lado, aún queda la duda de si estamos siendo demasiado intelectuales cuando hacemos música de esta manera, y si es posible descifrar la organización de esta música por parte del oyente. Creo que es posible lidiar con la complejidad estructural y al mismo tiempo ser muy transparentes y claros. Es cierto que esta música es difícil de entender porque no tenemos la costumbre de escucharla, pero también creo que es emocionante escuchar música que está construida con formas nuevas. Por otro lado, no es necesario respetar las reglas de un sistema al pie de la letra, en el caso de la tabla védica podemos utilizar los tetracordes básicos y sus complementarios, simplemente para crear melodías que pueden expandirse hacia las distintas octavas del registro de un instrumento, o para generar armonías que de igual forma pueden desplegarse en todo el registro del instrumento escogido o de un ensamble instrumental u orquestal. Esto mismo sucede en la actualidad con las distintas técnicas de composición que utilizan los conjuntos de clases de alturas (*pitch-class sets*) de Allen Forte, donde no tenemos que utilizar forzosamente

22. La coherencia para mí no es algo necesariamente intelectual, es más bien la forma de entender cómo funciona o se comporta algo. Esto puede ser percibido de manera intuitiva muchas veces tanto por el compositor en el momento en que crea su música, como por el oyente cuando escucha esta música.

seis alturas (hexacordes), sino que podemos emplear colecciones de 5, 4 o 3 alturas, como ya pudimos ver con anterioridad. Tampoco estamos forzados a aplicar las escalas octatónicas de Messiaen, pues podemos usar también escalas de ocho alturas que siguen teniendo cierto grado de simetría, como C, C#, D, D#: G#, A, A#, B, por ejemplo, o C, EB, E, F, G, G#, A. Igualmente, para la duración de las alturas, no es necesario cerrarse y usar una escala fija de valores rítmicos, éstos pueden variar de distintos modos y ser representados en distintas escalas proporcionales para poder así fractalizar el sistema y crear complejidad a partir del principio de autosimilaridad de las teorías del caos. Las posibilidades entonces son inmensas. ♣